



EXAME NACIONAL DE SELEÇÃO 2016

PROVA DE MATEMÁTICA

**2º Dia: 24/09/2015 – QUINTA-FEIRA
HORÁRIO: 8h00m às 10h15m (horário de Brasília)**

Instruções

1. Este **CADERNO** é constituído de **quinze** questões objetivas.
2. Caso o **CADERNO** esteja incompleto ou tenha qualquer defeito, o(a) candidato(a) deverá solicitar ao fiscal de sala mais próximo que o substitua.
3. Nas questões do tipo A, recomenda-se não marcar ao acaso: cada item cuja resposta divirja do gabarito oficial acarretará a perda de $\frac{1}{n}$ ponto, em que n é o número de itens da questão a que pertença o item, conforme consta no Manual do Candidato.
4. Durante as provas, o(a) candidato(a) não deverá levantar-se ou comunicar-se com outros(as) candidatos(as).
5. A duração da prova é de **duas horas e quinze minutos**, já incluído o tempo destinado à identificação – que será feita no decorrer das provas –, e ao preenchimento da **FOLHA DE RESPOSTAS**.
6. Durante a realização das provas **não** é permitida a utilização de calculadora ou qualquer material de consulta.
7. A desobediência a qualquer uma das recomendações constantes nas presentes Instruções e na **FOLHA DE RESPOSTAS** poderá implicar a anulação das provas do(a) candidato(a).
8. Só será permitida a saída de candidatos, levando o Caderno de Provas, **somente a partir de 1 hora e 15 minutos após o início da prova** e nenhuma folha pode ser destacada.

AGENDA

- **28/09/2015 – 10 horas** – Divulgação dos **gabaritos** das provas objetivas, no endereço: <http://www.anpec.org.br>.
- **28/09 a 29/09/2015** – Recursos identificados pelo autor serão aceitos até às 12h do dia 29/09 do corrente ano. Não serão aceitos recursos fora do padrão apresentado no Manual do Candidato.
- **03/11/2015 – 14 horas** – Divulgação do **resultado** na Internet, no *site* acima citado.

OBSERVAÇÕES:

- Em nenhuma hipótese a ANPEC informará resultado por telefone.
- É **proibida** a reprodução total ou parcial deste material, por qualquer meio ou processo, sem autorização expressa da ANPEC.
- Nas questões de **1 a 15 (não numéricas)** marque, de acordo com a instrução de cada uma delas: itens **VERDADEIROS** na coluna **V**; itens **FALSOS** na coluna **F**, ou deixe a resposta **EM BRANCO**.
- Caso a **resposta seja numérica**, marque o dígito **DECIMAL** na coluna D e o dígito da **UNIDADE** na coluna U, ou deixe a resposta **EM BRANCO**.
- Atenção: o algarismo das **DEZENAS** deve ser obrigatoriamente marcado, mesmo que seja igual a **ZERO**.

QUESTÃO 01

Em uma festa com 50 participantes, somente 6 não ingerem bebida alcoólica. Sabe-se que 20 bebem vodka, 21 bebem martini e 22 bebem cerveja. Sabe-se também que 9 bebem vodka e martini, 8 bebem vodka e cerveja e 7 bebem martini e cerveja. Indique quais das seguintes alternativas são verdadeiras e quais são falsas:

- Ⓒ 5 participantes bebem os três tipos de bebida;
- Ⓐ 4 participantes bebem vodka e martini, mas não bebem cerveja;
- Ⓑ 10 participantes bebem somente cerveja;
- Ⓓ 23 participantes não bebem Martini;
- Ⓔ Daqueles participantes que ingerem bebidas alcoólicas, 22 não bebem cerveja.

QUESTÃO 02

Seja (x_0, y_0) o ponto da parábola $y = 2x^2 + 5$ que está mais próximo da reta $y = x$. Calcule

$\frac{y_0}{x_0}$ e apresente como resposta a parte inteira desse valor.

QUESTÃO 03

Classifique as seguintes afirmações como verdadeiras ou falsas:

- ⊙ A função $f(x) = x^3 + x$ é uma bijeção de R em R ;
- ① Se $f(x) = 4x(1-x)$ e $g(x) = f^{(n)}(x)$ (composição de f consigo mesma “ n ” vezes), então $g'(3/4) = (3/4)^n$;
- ② O produto de funções sobrejetoras em R é uma função sobrejetora em R ;
- ③ Uma função que a cada candidato associe a nota obtida na prova é uma função injetora;
- ④ Se $f(x) = 4x(1-x)$ é definida no domínio $[0,1]$, a função $f^{(3)}(x) = f(f(f(x)))$ tem 4 máximos absolutos em $[0,1]$.

QUESTÃO 04

Uma matriz de permutação é uma matriz quadrada, cujas entradas são números 0 ou 1 e tal que em cada linha e em cada coluna há exatamente um número 1. Analise a veracidade das seguintes afirmações:

- ⊙ Soma de matrizes de permutação da mesma ordem é uma matriz de permutação;
- ① Produto de matrizes de permutação da mesma ordem é uma matriz de permutação;
- ② Se $M \in R^{n \times n}$ é uma matriz de permutação e $v \in R^{n \times 1}$ é um vetor qualquer, então Mv e v têm a mesma norma;
- ③ Seja $M \in R^{n \times n}$ uma matriz de permutação e $S = \{[v_1 \cdots v_n]^T \in R^{n \times 1} \mid \sum_{i=1}^n v_i = 1\}$. A transformação linear $T(v) = Mv$ deixa invariante o conjunto S (ou seja, $T(S) \subset S$);
- ④ Se $M \in R^{n \times n}$ é uma matriz de permutação e $M^2 = MM = I$ (matriz identidade), então $M = I$.

QUESTÃO 05

Seja $f: [0,1] \rightarrow [0,1]$ uma função tal que $f([0,1]) = [0,1]$, isto é, a imagem de f é $[0,1]$.

Defina o conjunto $A = \{x \in [0,1]: f(x) - x = 0\}$. Julgue as seguintes afirmativas:

- Ⓒ O conjunto A é diferente do vazio, para qualquer f nas condições do enunciado;
- ① Se f é contínua, então o conjunto A é unitário;
- ② Se f é contínua, $f(0) = 1, f(1) = 0$, então o conjunto A é diferente do vazio;
- ③ Se f é contínua e estritamente crescente, então A é unitário;
- ④ O conjunto A sempre é finito, para qualquer f nas condições do enunciado.

QUESTÃO 06

Considere a seguinte função: $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 36x^2 + 5$. Classifique as seguintes afirmações como verdadeiras ou falsas:

- Ⓒ A função é crescente no intervalo $[0, +\infty[$;
- ① A função tem derivada não nula no intervalo $[-3, 0]$;
- ② A função é côncava no intervalo $[-1, 1]$;
- ③ A função tem inversa no intervalo $[0, 3]$;
- ④ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

QUESTÃO 07

Analise a verdade ou falsidade das seguintes afirmações:

- Ⓒ Sabendo que $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2/2} dx = \sqrt{2\pi}$, então $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2x^2+3x} dx = \sqrt{\pi} e^{9/8}$;
- ① A área compreendida entre as curvas $y = -x^2 + 6$ e $y = x$ é $\frac{125}{6}$;
- ② $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \operatorname{sen}(nx) dx = \frac{2(-1)^{n/2}}{n}$, se n é um número par;
- ③ $\int_1^{e^2} x^3 \ln(x) dx = \frac{7e^8 + 1}{16}$;
- ④ Seja $F(x) = \int_{e^{-x}}^{e^{x^2}} (\ln(t))^2 dt$. Então $F'(2) = 4(16e^4 - e^2)$.

QUESTÃO 08

Seja $A(x) = b$ um sistema de equações lineares, com A uma matriz de ordem $m \times n$ e b um vetor de ordem $m \times 1$. Analise a veracidade das seguintes alternativas:

- Ⓒ Se A for uma matriz quadrada não nula com determinante nulo, então o sistema nunca tem solução;
- ① Se A tiver posto máximo, então a solução do sistema é única;
- ② Se, no item anterior, tivermos $m < n$, então a solução é única;
- ③ Se o vetor b for combinação linear das colunas da matriz A , então o sistema tem pelo menos uma solução;
- ④ Se A for uma matriz diagonal com determinante $|A| \neq 0$, então a média geométrica de x_1, x_2, \dots, x_n é inversamente proporcional a $\sqrt[n]{|A|}$, em que (x_1, x_2, \dots, x_n) é solução do sistema.

QUESTÃO 09

Em relação a funções de R_+^n em R podemos afirmar:

- ⊙ Se f é diferenciável e homogênea de grau r , então ∇f tem componentes que são funções homogêneas de grau $r-1$;
- ① Se existe $r \in R$ tal que $x \cdot \nabla f(x) = rf(x)$ para todo $x \in R_+^n$, então f é homogênea de grau r ;
- ② Soma ou diferença de funções homogêneas é uma função homogênea;
- ③ Se f é homogênea de grau r e para $w \in R_+^n$ (isto é, $w = (w_1, \dots, w_n)$ com $w_i > 0$, para $1 \leq i \leq n$) fixo definimos a função de R_+ em R : $c(q) = \min\{wx \mid f(x) = q\}$, então a função $c(q)$ também é homogênea de grau r ;
- ④ Se f é diferenciável e homogênea de grau r e $y = f(x)$, então a soma das elasticidades de y em relação a cada um dos x_i ($1 \leq i \leq n$) é igual a r , onde $x = (x_1, \dots, x_n)$.

QUESTÃO 10

Seja $R = \{(x, y) \in [0, 4] \times [0, 4] \mid \min\{x, x^2\} \leq y \leq \max\{x, x^2\}\}$ e $f(x, y) = xy^2$. Calcular

$\iint_R f(x, y) dx dy$. Apresente como resposta a parte inteira desse valor.

QUESTÃO 11

A curva de demanda de mercado de um produto no instante t é $D_t = 10 - \frac{1}{2} p_t$ e, por causa de lucros auferidos no período anterior e a expectativa de preços futuros, a curva de oferta desse produto no instante t é $S_t = 18 + \frac{1}{2} p_t - 6p_{t+1}^e + p_{t-1}$, em que p_{t+1}^e é a expectativa de preços futuros. Diremos que as *expectativas são racionais* se $p_{t+1}^e = p_{t+1}$.

Classifique as seguintes afirmações como verdadeiras ou falsas:

- Ⓒ Sob expectativas racionais, um preço estacionário é $\bar{p} = 2$;
- ① Sob expectativas racionais, a dinâmica de preços fica oscilando sem convergir ao preço estacionário;
- ② Sob expectativas racionais, se $p_0 = 19$ e $p_1 = 3$, então $p_3 = 8/3$;
- ③ Se as expectativas são adaptativas, no sentido de $p_{t+1}^e = p_{t-1}$, então o novo preço estacionário é $\bar{p} = 4$;
- ④ Se as expectativas são adaptativas, no sentido de $p_{t+1}^e = p_{t-1}$, então a dinâmica de preços é explosiva.

QUESTÃO 12

Considere o problema de maximizar $f(x, y) = ax + y$ com $a > 0$, sujeito às restrições: $x + y - 5 \leq 0$, $y \leq 2$. Julgue as seguintes afirmativas:

- Ⓒ Se $a < 1$, então a solução é $(x, y) = (5, 2)$.
- Ⓐ Se $a > 1$, então a solução é $(x, y) = (0, 5)$.
- Ⓑ Se $a = 1$, então a solução é única e satisfaz: $x + y = 5$, $3 \leq x \leq 5$.
- Ⓓ Se a primeira restrição acima mudasse para $bx + y - 5 \leq 0$, com $0 < b < 1$, então a solução seria $(x, y) = (3, 5)$.
- Ⓔ Se no item anterior tivermos $0 < b < a < 1$, então a solução seria $(x, y) = (\frac{5}{b}, 0)$.

QUESTÃO 13

Classifique as seguintes afirmações como verdadeiras ou falsas:

- Ⓒ A sequência $(1 + \frac{a}{n})^r$ converge para todo real a e todo racional r fixados;
- ① Se $\{a_n\}_{n \geq 1}$ é uma sequência de números positivos tal que $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge, então $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ também converge;
- ② $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n^2 - 1} = \frac{3}{2}$;
- ③ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{2 \cdot 4^n - 3 \cdot 2^n + 1} = 1$;
- ④ Se $0 < a < 1$, então $\sum_{n=0}^{+\infty} a^n \cos(n\pi) = \frac{a}{1 - a^2}$.

QUESTÃO 14

Considere a função $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x, y) = xe^{-y} + 3y$.

Julgue as seguintes afirmativas:

- Ⓒ A taxa de variação de f em $(1,0)$ é máxima na direção do vetor $v = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$;
- Ⓐ A taxa de variação máxima de f em $(1,0)$ é 2;
- Ⓑ $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) - \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) - 3$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- Ⓓ Se $x(t) = 2t + 1$ e $y(t) = t^3$, então $\frac{dz}{dt} = 2$, em $t = 0$, em que $z = f(x, y)$;
- Ⓔ Se $g(x, y) = xe^{-y}$, então os pontos da curva de nível um de g satisfazem à equação $y = \ln x$.

QUESTÃO 15

Considere a equação diferencial abaixo:

$$y''(x) - 3y'(x) = 0, \text{ tal que } y(1) = 1 + 2e^3 \text{ e } y'(1) = 6e^3.$$

Encontre $y'(0)$.

LOCAL DO EXAME:

DATA/HORÁRIO DO EXAME:

INSCRIÇÃO:

--	--	--	--	--	--

NOME:

RG / ÓRGÃO:

INSTRUÇÕES PARA PREENCHIMENTO:

- USE SOMENTE CANETA ESFEROGRÁFICA PRETA PARA MARCAR SUA RESPOSTA.
- LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES NO CADERNO DE PROVA.
- PREENCHA OS ALVÉOLOS CORRETAMENTE CONFORME EXEMPLO INDICADO A SEGUIR:



ASSINATURA:

CANDIDATO AUSENTE: ☐

PROVA:

1 2 3 4 5 6

4 - MATEMÁTICA

LEGENDA

V - Verdadeiro D - Dezena
F - Falso U - Unidade

- 01 -	
V	F
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 02 -	
D	U
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 03 -	
V	F
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 04 -	
V	F
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 05 -	
V	F
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

ORIENTAÇÕES:

- Questões do tipo V / F : assinale V, se verdadeiro; F, se falso; ou deixe em branco (sem marcas).
- Questões numéricas : marque o algarismo da dezena na coluna (D) - mesmo que seja 0 (zero), e o das unidades na coluna (U). Você pode também deixar a questão em branco, sem resposta.

CUIDADO:

O candidato que deixar **toda a prova sem resposta** (em branco) será **desclassificado**.

- 06 -	
V	F
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 07 -	
V	F
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 08 -	
V	F
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 09 -	
V	F
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 10 -	
D	U
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 11 -	
V	F
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 12 -	
V	F
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 13 -	
V	F
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 14 -	
V	F
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 15 -	
D	U
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

