



EXAME NACIONAL DE SELEÇÃO 2013

PROVA DE MATEMÁTICA

**2º Dia: 27/09/2012 – QUINTA-FEIRA
HORÁRIO: 8h00m às 10h15m (horário de Brasília)**

Instruções

1. Este **CADERNO** é constituído de **quinze** questões objetivas.
2. Caso o **CADERNO** esteja incompleto ou tenha qualquer defeito, o(a) candidato(a) deverá solicitar ao fiscal de sala mais próximo que o substitua.
3. Nas questões do tipo A, recomenda-se não marcar ao acaso: cada item cuja resposta divirja do gabarito oficial acarretará a perda de $\frac{1}{n}$ ponto, em que n é o número de itens da questão a que pertença o item, conforme consta no Manual do Candidato.
4. Durante as provas, o(a) candidato(a) não deverá levantar-se ou comunicar-se com outros(as) candidatos(as).
5. A duração da prova é de **duas horas e quinze minutos**, já incluído o tempo destinado à identificação – que será feita no decorrer das provas – e ao preenchimento da **FOLHA DE RESPOSTAS**.
6. Durante a realização das provas **não** é permitida a utilização de calculadora ou qualquer material de consulta.
7. A desobediência a qualquer uma das recomendações constantes nas presentes Instruções e na **FOLHA DE RESPOSTAS** poderá implicar a anulação das provas do(a) candidato(a).
8. Somente será permitida saída de candidatos, levando o Caderno de Provas, **a partir de 1 hora e 15 minutos após o início da prova** e nenhuma folha pode ser destacada.

AGENDA

- **01/10/2012 – 10 horas** – Divulgação dos **gabaritos** das provas objetivas, no endereço: **<http://www.anpec.org.br>** .
- **01 a 02/10/2012** – Recursos identificados pelo autor serão aceitos a partir do dia 01 até às 12h do dia 02/10 do corrente ano. Não serão aceitos recursos fora do padrão apresentado no Manual do Candidato.
- **05/11/2012 – 14 horas** – Divulgação do **resultado** na Internet, no *site* acima citado.

OBSERVAÇÕES:

- Em nenhuma hipótese a ANPEC informará resultado por telefone.
- É **proibida** a reprodução total ou parcial deste material, por qualquer meio ou processo, sem autorização expressa da ANPEC.
- Nas questões de **1 a 15 (não numéricas)** marque, de acordo com a instrução de cada uma delas: itens **VERDADEIROS** na coluna **V**; itens **FALSOS** na coluna **F**, ou deixe a resposta **EM BRANCO**.
- Caso a **resposta seja numérica**, marque o dígito **DECIMAL** na coluna **D** e o dígito da **UNIDADE** na coluna **U**, ou deixe a resposta **EM BRANCO**.
- Atenção: o algarismo das **DEZENAS** deve ser obrigatoriamente marcado, mesmo que seja igual a **ZERO**.

QUESTÃO 01

Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x-3}{x-2} \geq 1 \right\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} / \ln(x+3) > 0\} \quad \text{e}$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / |x| + |y| < 2\}.$$

Podemos afirmar o seguinte:

- Ⓒ $A \cap B$ é o conjunto vazio.
- Ⓐ $A \cup B = \mathbb{R}$.
- Ⓑ $A \times B \subseteq C$.
- Ⓓ C define uma relação simétrica, mas não transitiva em \mathbb{R}^2 .
- Ⓔ $C \subseteq (A \times B) \cap (B \times A)$.

PÁGINA DE RASCUNHO

QUESTÃO 02

Dadas as retas $L_1 : 4x + 3y - 12 = 0$ e $L_2 : 3x + y - 6 = 0$, analise as seguintes afirmativas:

- Ⓒ Um vetor unitário paralelo à reta L_1 é o $(-3/5, 4/5)$.
- Ⓐ A equação da reta perpendicular a L_2 , que passa pela interseção de L_1 e L_2 , é $x - 3y + 6 = 0$.
- Ⓑ A equação da bissetriz do maior ângulo que formam L_1 e L_2 é $10x - 25y + 48 = 0$.
- Ⓓ Um vetor perpendicular à reta L_2 é $(-3, 1)$.
- Ⓔ A hipérbole equilátera, que tem como assíntotas os eixos coordenados e é tangente a L_1 e L_2 , é $xy = 3$.

QUESTÃO 03

Julgue as seguintes afirmativas:

- Ⓒ Toda função $f : R \rightarrow R$ não decrescente é injetora.
- Ⓐ Sejam f e g funções definidas em R e com valores em R tal que $g(f(x)) = x$, para todo $x \in R$, então f é injetora.
- Ⓑ Seja $f : R \rightarrow R$ uma função tal que, para todo $a \in R$, a equação $f(x) = a$ tem pelo menos uma solução, então f é sobrejetora.
- Ⓓ Seja $f : A \rightarrow B$ uma função bijetora sendo A e B dois intervalos de R . Então A e B tem o mesmo comprimento.
- Ⓔ O conjunto dos números inteiros positivos ímpares é um subconjunto próprio dos inteiros positivos. Então não pode existir uma função bijetora entre estes dois conjuntos.

QUESTÃO 04

Considere $\beta = \{v_1, \dots, v_m\}$ um conjunto de vetores de R^n . Julgue as seguintes afirmativas:

- Ⓒ Se $m > n$, então os vetores do conjunto β são linearmente dependentes.
- Ⓐ Se $m < n$, então os vetores do conjunto β são linearmente independentes.
- Ⓑ Se $m = n$, então a matriz, cujas colunas são os elementos de β , é não singular.
- Ⓓ Se todos os vetores do conjunto β forem linearmente independentes, então o núcleo da matriz, cujas colunas são os elementos de β , é o subespaço nulo.
- Ⓔ Se todos os vetores do conjunto β forem linearmente independentes, então o posto da matriz, cujas colunas são os elementos de β , é m .

QUESTÃO 05

- ⊙ Se $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + x + 1)}{e^x - 1}$ e $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\text{sen}(x)}{x}$, então $A + B = 1$.
- ① A função $f(x) = x^4 - 2x^3 + 18x^2 - 20x + 7$ não possui pontos de inflexão.
- ② Definimos $[x]$ como o maior número inteiro que é menor ou igual a x . Então a função $f(x) = [x]x^2$ não é derivável em $x = 0$.
- ③ Se $f'(a) = 5$ então $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{f(a-2h) - f(a+3h)} = 1$.
- ④ A soma das coordenadas do ponto na curva $y = x^2$, cuja reta perpendicular a ela passa por $(14, 1)$, é 6.

QUESTÃO 06

Na fórmula $M_t = M_0 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$ temos que M_0 é o montante de dinheiro inicial, r é a taxa de juros (em %) em cada período de tempo, t é o número de períodos de tempo da aplicação e M_t é o montante de dinheiro final. Analise as seguintes afirmações:

- Ⓒ Se $r = 10\%$ ao mês, t é um trimestre e $M_0 = 1000$, então $M_t = 1331$.
- ① Se após meio ano o montante duplicou, com juros de capitalização trimestral, então a taxa de juros trimestral é 41,42%.
- ② Após um ano de aplicação, com uma taxa de juros trimestral de 20%, o investidor retirou 10368. Então o montante inicial foi 4000.
- ③ Se no primeiro mês a taxa de juros foi r_1 e no segundo mês foi r_2 , então a taxa de juros nos dois meses foi $r_1 + r_2$.
- ④ Se a taxa de juros mensal é r , ela é equivalente a uma taxa de juros anual de $\left(1 + \frac{r}{100}\right)^{12} - 1$.

PÁGINA DE RASCUNHO

QUESTÃO 07

Considere a transformação linear $T: R^2 \rightarrow R^2$ definida por $T(x, y) = (x + y, x - ay)$, $a \in R$. Denote por A a matriz que representa T na base canônica de R^2 . Julgue as seguintes afirmativas:

- Ⓒ A matriz associada à transformação T é não singular para $a = -1$.
- Ⓐ Se $a = -1$, o núcleo de T é um subespaço de dimensão 1.
- Ⓑ O sistema $Ax = c$ sempre tem solução para $a = 1$ e c qualquer vetor de R^2 .
- Ⓓ O núcleo e a imagem de T são subespaços cujas dimensões são maiores do que 2.
- Ⓔ Para qualquer valor de a o sistema homogêneo $Ax = 0$ tem solução nula.

QUESTÃO 08

Analise a veracidade das seguintes afirmações:

Ⓒ $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} x^4 \sin(x) dx = 0.$

Ⓐ Se $P(x)$ é um polinômio de grau n , então $\int P(x) dx$ é um polinômio de grau $n-1$.

Ⓑ $\int_{-1}^1 \left(\frac{1+x}{2+x} \right) dx = 2 - \ln(3).$

Ⓓ A área compreendida entre $f(x) = \frac{1}{x}$ e $g(x) = -\frac{x}{5} + \frac{6}{5}$ é igual a $\frac{6}{5} - \ln(5).$

Ⓔ $\int f(x)g(x)dx = \left(\int f(x)dx \right)g(x) + f(x)\left(\int g(x)dx \right).$

QUESTÃO 09

Considere a função $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + 2y^2}$, se $(x, y) \neq (0, 0)$ e $f(x, y) = 0$, se $(x, y) = (0, 0)$. Julgue as seguintes afirmativas:

- Ⓒ A função f é contínua em $(0, 0)$.
- Ⓐ A função f não é diferenciável em $(0, 0)$.
- Ⓓ As derivadas parciais na origem existem e são nulas.
- Ⓒ Existem todas as derivadas parciais de f e, portanto, f é diferenciável em (x, y) , para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- Ⓐ Para todo $(x, y) \neq (0, 0)$, $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$.

PÁGINA DE RASCUNHO

QUESTÃO 10

Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$. Julgue as afirmativas:

- Ⓒ O número de autovalores distintos da matriz A é igual à ordem da matriz A .
- Ⓐ A dimensão do subespaço associado ao maior autovalor é 1.
- Ⓑ A dimensão do subespaço associado ao menor autovalor é 1.
- Ⓓ Os autovetores de A , $v_1 = (0, 1, 0)$, $v_2 = (1, 0, 1)$ e $v_3 = (-1, 3, 1)$, formam uma base de R^3 .
- Ⓔ A matriz A é diagonalizável.

QUESTÃO 11

Suponha que as medidas adotadas pelo governo geraram uma dinâmica para a inflação π_t e taxa de juros r_t mensal que obedece à seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \pi_{t+1} \\ r_{t+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \pi_t \\ r_t \end{bmatrix} + b \text{ em que } A = \begin{bmatrix} 0,9 & -0,1 \\ 0,8 & 0,2 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} 0,005 \\ -0,008 \end{bmatrix}.$$

Julgue as seguintes afirmações:

- Ⓒ O estado estacionário para a inflação é 3% ao mês, mas ele é instável.
- Ⓐ O estado estacionário para a taxa de juros é 2% ao mês e ele é estável.
- Ⓑ Dependendo das condições iniciais, este processo pode gerar hiperinflação (inflação acima de 50% ao mês) e taxas de juros acima de 30% ao mês, no longo prazo.
- Ⓓ Existe um estado estacionário estável com inflação e taxa de juros zero.
- Ⓔ A equação em diferenças de segunda ordem que resulta do sistema acima para a inflação é $\pi_{t+2} - 1,1\pi_{t+1} + 0,26\pi_t - 0,0048 = 0$.

QUESTÃO 12

Considere a função $f(x_1, x_2) = (x_1^a + x_2^a)^{1/a}$, em que $a \in \mathbb{R} - \{0\}$. Analise a veracidade das seguintes afirmações:

- Ⓒ Se $a \neq 1$ então $(x_1, x_2) \cdot \nabla f(x_1, x_2) = af(x_1, x_2)$.
- ① Se $a > 1$, a maximização de $f(x_1, x_2)$, restrita a $2x_1 + 3x_2 \leq 4$, $x_1 \geq 0$ e $x_2 \geq 0$, resultará numa solução de fronteira.
- ② Se $0 < a < 1$, a função $f(x_1, x_2)$ é côncava em $x_1 > 0$ e $x_2 > 0$.
- ③ O módulo da inclinação da reta tangente a qualquer curva de nível de $f(x_1, x_2)$ aumenta na medida que x_1 aumenta, se $a > 1$.
- ④ O vetor gradiente de $f(x_1, x_2)$ é constante se e só se $a = 1$.

PÁGINA DE RASCUNHO

QUESTÃO 13

A função $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+1} & \text{se } x \geq 2 \\ Ax + B & \text{se } x < 2 \end{cases}$ é derivável em todo o domínio. Achar

B/A .

QUESTÃO 14



Resolva o seguinte problema de otimização:

$$\max_{x,y} x^2 y^2, \text{ sujeito às restrições: } 2x + y \leq 2; x \geq 0; y \geq 0.$$

Se (\bar{x}, \bar{y}) é a solução deste problema, encontre $12(\bar{x}^2 \bar{y}^2)$.

QUESTÃO 15

Calcule a seguinte integral dupla: $\frac{140}{33} \iint_D (x^2 + y) dx dy$, sendo D a região entre as parábolas $y = x^2$ e $x = y^2$.

LEGENDA V - Verdadeiro F - Falso D - Dezena U - Unidade	ORIENTAÇÕES: 1) Questões do tipo V/F: assinale V, se verdadeiro; F, se falso; ou deixe em branco (sem marcas). 2) Questões numéricas: marque o algarismo da dezena (D) - mesmo que seja 0 (zero), e o das unidades na coluna (U). Você pode também deixar a questão em branco, sem resposta. CUIDADO: O candidato que deixar toda a prova sem resposta (em branco), será desclassificado . INSTRUÇÕES PARA PREENCHIMENTO: - USE SOMENTE CANETA ESFEROGRÁFICA PRETA OU AZUL PARA MARCAR SUA RESPOSTA. - LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES NO CADERNO DE PROVA. - PREENCHA OS ALVÉOLOS CORRETAMENTE CONFORME EXEMPLO INDICADO A SEGUIR: <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; padding: 2px; margin-top: 5px;">   </div>
--	---

4 - MATEMÁTICA

RASCUNHO

- 01 -		
V	F	
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

- 02 -		
V	F	
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

- 03 -		
V	F	
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

- 04 -		
V	F	
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

- 05 -		
V	F	
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

- 06 -		
V	F	
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

- 07 -		
V	F	
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

- 08 -		
V	F	
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

- 09 -		
V	F	
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

- 10 -		
V	F	
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

- 11 -		
V	F	
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

- 12 -		
V	F	
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

- 13 -		
	D	U
	0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	5- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	6- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	7- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	8- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	9- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 14 -		
	D	U
	0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	5- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	6- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	7- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	8- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	9- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 15 -		
	D	U
	0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	5- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	6- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	7- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	8- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	9- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

