



EXAME NACIONAL DE SELEÇÃO 2020

PROVA DE ESTATÍSTICA

**1º Dia: 25/09/2019 – QUARTA-FEIRA
HORÁRIO: 10h30m às 12h45m (horário de Brasília)**

Instruções

1. Este **CADERNO** é constituído de **quinze** questões objetivas.
2. Caso o **CADERNO** esteja incompleto ou tenha qualquer defeito, o(a) candidato(a) deverá solicitar ao fiscal de sala mais próximo que o substitua.
3. Nas questões do tipo A, recomenda-se não marcar ao acaso: cada item cuja resposta divirja do gabarito oficial acarretará a perda de $\frac{1}{n}$ ponto, em que n é o número de itens da questão a que pertença o item, conforme consta no Manual do Candidato.
4. Durante as provas, o(a) candidato(a) não deverá levantar-se ou comunicar-se com outros(as) candidatos(as).
5. A duração da prova é de **duas horas e quinze minutos**, já incluído o tempo destinado à identificação – que será feita no decorrer da prova – e ao preenchimento da **FOLHA DE RESPOSTAS**.
6. Durante a realização das provas **não** é permitida a utilização de calculadora ou qualquer material de consulta.
7. A desobediência a qualquer uma das recomendações constantes nas presentes Instruções e na **FOLHA DE RESPOSTAS** poderá implicar a anulação das provas do(a) candidato(a).
8. Só será permitida a saída de candidatos, levando o Caderno de Provas, **somente a partir de 1 hora e 15 minutos após o início da prova** e nenhuma folha pode ser destacada.

AGENDA

- **30/09/2019 – 14 horas** – Divulgação dos **gabaritos** das provas objetivas, no endereço: <http://www.anpec.org.br>.
- **30/09 a 01/10/2019** – Recursos identificados pelo autor serão aceitos até às 14h do dia 01/10 do corrente ano. Não serão aceitos recursos fora do padrão apresentado no Manual do Candidato.
- **04/11/2019 – 14 horas** – Divulgação do **resultado** na Internet, no *site* acima citado.

OBSERVAÇÕES:

- Em nenhuma hipótese a ANPEC informará resultado por telefone.
- É **proibida** a reprodução total ou parcial deste material, por qualquer meio ou processo, sem autorização expressa da ANPEC.
- Nas questões de **1 a 15 (não numéricas)** marque, de acordo com a instrução de cada uma delas: itens **VERDADEIROS** na coluna **V**, itens **FALSOS** na coluna **F**, ou deixe a resposta **EM BRANCO**.
- Caso a **resposta seja numérica**, marque o dígito da **DEZENA** na coluna **D** e o dígito da **UNIDADE** na coluna **U**, ou deixe a resposta **EM BRANCO**.
- Atenção: o algarismo das **DEZENAS** deve ser obrigatoriamente marcado, mesmo que seja igual a **ZERO**.

QUESTÃO 01

A tabela abaixo mostra os preços (em R\$/Kg) e as quantidades (em Kg) vendidas de 2 produtos em 3 períodos de tempo diferentes:

	Período 1		Período 2		Período 3	
Produto	Preço	Quantidade	Preço	Quantidade	Preço	Quantidade
A	2	2	2	2	4	1
B	2	3	3	2	4	2

Usando essas informações, é correto afirmar:

- Ⓒ O Índice de Preços de Laspeyres para o período 3 com base no período 1 é 2,0.
- Ⓐ O Índice de Preços de Laspeyres para o período 2 com base no período 1 é 1,0.
- Ⓑ O Índice de Preços de Laspeyres para o período 3 com base no período 2 é 1,2.
- Ⓓ O Índice de Preços de Paasche para o período 3 com base no período 1 é 2,0.
- Ⓔ O Índice de Quantidades de Laspeyres para o período 2 com base no período 1 é 0,8.

QUESTÃO 02

Sejam X , Y e Z três variáveis aleatórias, e suponha que $Y = a + bX$, em que a e b são constantes. Julgue as afirmativas abaixo:

- Ⓒ $E(XY) = aE(X) + bE(X^2)$.
- Ⓐ $\text{Cov}(X, Y) = b^2 \text{Var}(X)$.
- Ⓑ Sendo ρ_{XY} a correlação entre X e Y , então $\rho_{XY}^2 = 1$.
- Ⓓ Sendo ρ_{YZ} a correlação entre Y e Z e ρ_{XZ} a correlação entre X e Z , então $\rho_{YZ} = \rho_{XZ}$.
- Ⓔ Sendo ρ_{XY} a correlação entre X e Y , então $\rho_{XY} = 1$.

QUESTÃO 03

Seja X uma variável aleatória com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \text{ para } x \geq 0 \text{ e } \lambda > 0.$$

$$f(x) = 0, \text{ caso contrário.}$$

Então, sendo c uma constante, é correto afirmar:

- Ⓒ $E(X) = \lambda$.
- Ⓐ $\text{Var}(X) = \lambda^2$.
- Ⓑ Para $c > 0$, $\text{Prob}(X > c) = e^{-\lambda c}$.
- Ⓓ Para $x > c$, $\text{Prob}(X > x \mid X > c) = e^{-\lambda(x-c)}$.
- Ⓔ A função distribuição acumulada de X , dado que $x > c$, é representada por $F(x) = 1 - e^{-\lambda c}$.

QUESTÃO 04

Seja a distribuição conjunta de probabilidades das variáveis aleatórias X e Y:

X	Y		
	1	2	3
1	0,1	0,1	0
2	0,1	0,2	0,3
3	0,1	0,1	0

Podemos afirmar que:

- Ⓒ As variáveis X e Y são independentes.
- Ⓐ A correlação entre X e Y é igual a zero.
- Ⓑ As médias de X e Y são iguais.
- Ⓓ As variâncias de X e Y são iguais.
- Ⓔ A função de probabilidade condicional de Y, em $X = 3$, é dada por $P(Y = y|X = 3) = \frac{1}{2}$.

QUESTÃO 05

Num torneio amador de tênis, 16 jogadores de igual habilidade, numerados de 1 a 16, são divididos, aleatoriamente, em 8 grupos de 2 jogadores, que jogam entre si. Os perdedores são eliminados e os vencedores novamente divididos em 4 grupos com 2 jogadores, que novamente jogam entre si, e assim por diante até um jogador se tornar o campeão do torneio. Qual a probabilidade dos jogadores 1 e 2 se enfrentarem durante o torneio? Multiplique o resultado por 8 e marque a parte inteira.

QUESTÃO 06

Suponha que, em um determinado ano, um indivíduo decide investir em ações se, e somente se, a sua renda, nesse mesmo ano, for superior a 10. Suponha também que, caso o indivíduo invista em ações (ou seja, caso a sua renda no ano seja maior que 10), a quantia investida deve corresponder a 20% da sua renda anual. Considerando que a renda anual desse indivíduo é representada por uma variável aleatória com distribuição uniforme definida no intervalo $[5,20]$, calcule o valor esperado da quantia investida em ações. Multiplique o resultado por 10.

QUESTÃO 07

Sejam X_1, X_2, \dots, X_n variáveis aleatórias independentes, todas com a mesma distribuição, com média μ e variância σ^2 . Considere que $\underline{X}_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$, $T_n = \sum_{i=1}^n X_i$, e que S_n^2 seja um estimador consistente para σ^2 . Quando $n \rightarrow \infty$, é correto afirmar pelo Teorema Central do Limite:

- Ⓐ A distribuição de \underline{X}_n se aproxima de uma distribuição normal, com média μ e variância σ^2 .
- Ⓑ A variável $Z_n = \frac{\underline{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ tem distribuição aproximadamente normal, com média 0 e variância 1.
- Ⓒ A variável $Y_n = \sqrt{n}(\underline{X}_n - \mu)$ tem distribuição aproximadamente normal, com média 0 e variância $\frac{\sigma^2}{n}$.
- Ⓓ A variável $Z_n = \frac{\underline{X}_n - \mu}{\frac{S_n}{\sqrt{n}}}$ tem distribuição aproximadamente normal, com média 0 e variância 1.
- Ⓔ A variável $W_n = \frac{T_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}$ tem distribuição aproximadamente normal, com média 0 e variância 1.

QUESTÃO 08

Foi estimado um modelo de regressão linear simples, utilizando uma amostra com 1.217 observações, e seus resultados são apresentados a seguir, em que os erros-padrão estão entre parênteses:

$$\hat{y} = 1,177663 + 0,0910103x$$

(0,0865446) (0,0065643)

Calcule o R^2 do modelo estimado. Multiplique por 100 e marque apenas a parte inteira.

QUESTÃO 09

Sejam Y_1, Y_2, \dots, Y_n variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, com média igual a 5 e variância igual a 100. Obtenha o Erro Quadrado Médio para o seguinte estimador, para a média de Y_i : $T = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^4 Y_i$.

QUESTÃO 10

Suponha que os salários em determinada firma tenham distribuição normal, com média μ e variância conhecida igual a 400. Representando por \underline{X} a média dos salários de uma amostra retirada aleatoriamente dessa população, julgue as afirmativas abaixo:

[Para a resolução desta questão considere que se Z tem distribuição normal padrão, com média zero e variância igual a um, então $P(|Z|>1,645)=0,10$, $P(|Z|>1,96)=0,05$ e $P(|Z|>2,575)=0,01$].

⊙ O intervalo de confiança de 95% para a média de salários da população é dado por:

$$\left[\underline{X} - 1,96 \times \left(\frac{20}{\sqrt{n}} \right), \underline{X} + 1,96 \times \left(\frac{20}{\sqrt{n}} \right) \right].$$

① O intervalo de confiança de 99% para a média de salários da população é dado por:

$$\left[\underline{X} - 2,575 \times \left(\frac{20}{\sqrt{n}} \right), \underline{X} + 2,575 \times \left(\frac{20}{\sqrt{n}} \right) \right].$$

② O intervalo de confiança de 80% para a média de salários da população é dada por:

$$\left[\underline{X} - 1,645 \times \left(\frac{20}{\sqrt{n}} \right), \underline{X} + 1,645 \times \left(\frac{20}{\sqrt{n}} \right) \right].$$

③ A probabilidade de que o intervalo aleatório $\left[\underline{X} - 1,96 \times \left(\frac{20}{\sqrt{n}} \right), \underline{X} + 1,96 \times \left(\frac{20}{\sqrt{n}} \right) \right]$ inclua μ é igual a 95%.

④ Sendo $n = 100$ e $\underline{X} = 120$ para determinada amostra, podemos dizer que a probabilidade de que o intervalo $[120 - (2 \times 2,575), 120 + (2 \times 2,575)]$ inclua μ é igual a 99%.

QUESTÃO 11

Julgue as seguintes afirmativas como verdadeiras ou falsas:

- Ⓒ Num modelo de regressão linear múltipla, duas variáveis independentes apresentam correlação, então os estimadores de Mínimos Quadrados dos parâmetros deste modelo serão inconsistentes.
- ① Se a suposição de erros homocedásticos não for satisfeita, então os estimadores de Mínimos Quadrados para os parâmetros de um modelo de regressão linear serão ineficientes.
- ② Caso a suposição de normalidade dos erros seja satisfeita, então os estimadores de Mínimos Quadrados para os parâmetros de um modelo linear serão não viesados.
- ③ Caso os erros não sejam independentes entre si, então os estimadores de Mínimos Quadrados para os parâmetros de um modelo linear serão inconsistentes.
- ④ Se a soma dos resíduos de um modelo estimado por Mínimos Quadrados for diferente de zero, então os estimadores dos parâmetros serão viesados.

QUESTÃO 12

Suponha que um pesquisador tenha estimado os três modelos abaixo pelo método de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), usando uma mesma amostra aleatória da população de tamanho n :

(A) $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$.

(B) $y_i^* = \beta_0^* + \beta_1^* x_i^* + u_i^*$.

(C) $y_i^{**} = \beta_0^{**} + \beta_1^{**} x_i^{**} + u_i^{**}$.

Em que $y_i^* = (y_i + a)$, $x_i^* = (x_i + d)$, $y_i^{**} = (ay_i)$, $x_i^{**} = (dx_i)$. Suponha também que a e d são constantes, e que $a \neq 0$ e $d \neq 0$.

Defina $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ como os estimadores de MQO para os parâmetros β_0 e β_1 , respectivamente; $\hat{\beta}_0^*$ e $\hat{\beta}_1^*$ como os estimadores de MQO para os parâmetros β_0^* e β_1^* , respectivamente; e, finalmente, $\hat{\beta}_0^{**}$ e $\hat{\beta}_1^{**}$ como os respectivos estimadores para β_0^{**} e β_1^{**} . São corretas as afirmativas:

Ⓒ $\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_1^*$.

Ⓐ $\hat{\beta}_0 = \hat{\beta}_0^*$.

Ⓑ $\hat{\beta}_1 = d\hat{\beta}_1^{**}$.

Ⓓ $\hat{\beta}_0 = \left(\frac{1}{a}\right)\hat{\beta}_0^{**}$.

Ⓔ Definindo $\hat{y}_i^{**} = \hat{\beta}_0^{**} + \hat{\beta}_1^{**} x_i^{**}$ e $\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$, temos $\hat{y}_i = \hat{y}_i^{**}$ para todo $i = 1, \dots, n$.

QUESTÃO 13

Considere o modelo de regressão linear múltipla:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + u, \text{ em que } E(u|x_1, x_2) = 0 \text{ e } Var(u|x_1, x_2) = \sigma^2.$$

Suponha que se tenha à disposição uma amostra aleatória da população com n observações para estimar esse modelo, sendo $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$ e $\hat{\beta}_2$ os estimadores de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) para β_0 , β_1 e β_2 , respectivamente. Julgue as afirmativas abaixo:

- ⊙ Se $\hat{\beta}_1 > 0$ e $\hat{\beta}_2 < 0$, então a correlação entre x_1 e x_2 na amostra deve ser negativa.
- ① Se a correlação entre x_1 e x_2 na amostra é igual a zero, a variância de $\hat{\beta}_1$ condicionada em x_1 e x_2 é igual a $\frac{\sigma^2}{\left[\sum_{i=1}^n (x_{1i} - \underline{x}_1)^2\right]}$, em que $\underline{x}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_{1i}}{n}$.
- ② Se $\hat{\beta}_2 = 0$, a variância de $\hat{\beta}_1$ condicionada em x_1 e x_2 é igual a $\frac{\sigma^2}{\left[\sum_{i=1}^n (x_{1i} - \underline{x}_1)^2\right]}$, em que $\underline{x}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_{1i}}{n}$.
- ③ O estimador de MQO $\hat{\beta}_1$ tem distribuição normal.
- ④ Definindo $\hat{\theta} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2$, a variância de $\hat{\theta}$ condicionada em x_1 e x_2 é igual a $Var(\hat{\beta}_1|x_1, x_2) + Var(\hat{\beta}_2|x_1, x_2)$.

QUESTÃO 14

Considere o seguinte modelo de regressão linear simples:

$$(1) y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i, i = 1, \dots, n.$$

Para esse modelo, suponha que $E(u_i|x_i) = 0$ e $E(u_i^2|x_i) = \sigma^2$.

Considere também o modelo abaixo, construído a partir das mesmas variáveis x e y do modelo (1), mas que não tem intercepto:

$$(2) y_i = b_1 x_i + e_i, i = 1, \dots, n.$$

Suponha que, usando uma mesma amostra aleatória da população de tamanho n , essas duas equações tenham sido estimadas pelo método de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO). Definindo $\hat{\beta}_1$ como o estimador de MQO para o parâmetro β_1 na equação (1), \hat{b}_1 como o estimador de MQO para b_1 na equação (2), $\underline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, e $\underline{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$, é correto afirmar:

Ⓒ $\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i(x_i - \underline{x})}{\sum_{i=1}^n x_i(x_i - \underline{x})}.$

Ⓐ $\hat{b}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \underline{y})(x_i - \underline{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \underline{x})^2}.$

Ⓓ Para $\underline{x} = 0$, \hat{b}_1 é um estimador não tendencioso para o parâmetro β_1 .

Ⓑ A variância de \hat{b}_1 condicionada em x_i é dada por: $Var(\hat{b}_1|x_i) = \frac{\sigma^2}{\sum_i^n x_i^2}.$

Ⓔ A variância de \hat{b}_1 condicionada em x_i é menor ou igual a variância de $\hat{\beta}_1$ condicionada em x_i , ou seja, $Var(\hat{b}_1|x_i) \leq Var(\hat{\beta}_1|x_i).$

QUESTÃO 15

Considerando que X_t e Y_t são duas séries temporais, podemos afirmar:

- Ⓒ Se X_t é estacionária e Y_t é integrada de ordem 1, então $D_t = (X_t + Y_t)$ é integrada de ordem 1.
- ① Se X_t é integrada de ordem 1, então $D_t = (a + bX_t)$, em que a e b são constantes diferentes de zero, também é integrada de ordem 1.
- ② Se X_t é estacionária, então $D_t = (a + bX_t)$, em que a e b são constantes diferentes de zero, também é estacionária.
- ③ Se X_t é estacionária e Y_t é integrada de ordem 2, então $D_t = (aX_t + bY_t)$, em que a e b são constantes diferentes de zero, é integrada de ordem 1.
- ④ Se X_t é integrada de ordem 1 e Y_t é integrada de ordem 1, então $D_t = (aX_t + bY_t)$, em que a e b são constantes diferentes de zero, é integrada de ordem 1.

LOCAL DO EXAME:

DATA/HORÁRIO DO EXAME:

INSCRIÇÃO:

NOME:

INSTRUÇÕES PARA PREENCHIMENTO:

- USE SOMENTE CANETA ESFEROGRÁFICA PRETA PARA MARCAR SUA RESPOSTA.
- LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES NO CADERNO DE PROVA.
- PREENCHA OS ALVÉOLOS CORRETAMENTE CONFORME EXEMPLO INDICADO A SEGUIR:



ASSINATURA:

RG / ÓRGÃO:

PROVA

1 2 3 4 5 6

2 - ESTATÍSTICA

LEGENDA

V - Verdadeiro D - Dezena
F - Falso U - Unidade

ORIENTAÇÕES:

- Questões do tipo V / F : assinale V, se verdadeiro; F, se falso; ou deixe em branco (sem marcas).
- Questões numéricas : marque o algarismo da dezena na coluna (D) - mesmo que seja 0 (zero), e o das unidades na coluna (U). Você pode também deixar a questão em branco, sem resposta.

CUIDADO:

O candidato que deixar toda a prova sem resposta (em branco) será desclassificado.

- 01 -		- 02 -		- 03 -		- 04 -		- 05 -		
V	F	V	F	V	F	V	F	D	U	
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>		0- <input type="radio"/>	
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>		1- <input type="radio"/>	
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>		2- <input type="radio"/>	
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>		3- <input type="radio"/>	
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>		4- <input type="radio"/>	
									5- <input type="radio"/>	
									6- <input type="radio"/>	
									7- <input type="radio"/>	
									8- <input type="radio"/>	
									9- <input type="radio"/>	

- 06 -		- 07 -		- 08 -		- 09 -		- 10 -		
	D	U	V	F		D	U	V	F	
	0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>		0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
	1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>		1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
	2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>		2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
	3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>		3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
	4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>		4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
	5- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>				5- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>			
	6- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>				6- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>			
	7- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>				7- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>			
	8- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>				8- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>			
	9- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>				9- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>			

- 11 -		- 12 -		- 13 -		- 14 -		- 15 -	
V	F	V	F	V	F	V	F	V	F
0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4- <input type="radio"/>	<input type="radio"/>

