



EXAME NACIONAL DE SELEÇÃO 2026

PROVA DE ESTATÍSTICA

1º Dia: 17/09/2025 - QUARTA-FEIRA
HORÁRIO: 11h00m às 12h30m (horário de Brasília)

Instruções

1. Este **CADERNO** é constituído de **dez** questões **objetivas**.
2. Recomenda-se, nas questões apresentadas a seguir, não marcar ao acaso: cada item cuja resposta divirja do gabarito oficial acarretará a perda de $\frac{1}{n}$ ponto, em que n é o número de itens da questão a que pertença o item, conforme consta no Manual do Candidato.
3. Durante as provas, o(a) candidato(a) não deverá levantar-se ou comunicar-se com outras pessoas.
4. A duração da prova é de **uma hora e trinta minutos**, já incluído o tempo destinado à identificação do(a) candidato(a) – que será feita no decorrer da prova – e ao preenchimento da **FOLHA DE RESPOSTAS**.
5. Durante a realização das provas **não** é permitida a utilização de calculadora, equipamentos eletrônicos ou qualquer material de consulta.
6. A desobediência ao fiscal de prova ou a qualquer uma das recomendações constantes nas presentes Instruções e na **FOLHA DE RESPOSTAS** poderá implicar a anulação das provas do(a) candidato(a).
7. Só será permitida a saída de candidatos, levando o Caderno de Provas, **somente a partir de 1 hora após o início da prova** e nenhuma folha pode ser destacada.

AGENDA

- 22/09/2025 – 14 horas – Divulgação dos gabaritos das provas objetivas, no endereço: <http://www.anpec.org.br>.
- 22/09 a 23/09/2025 – Recursos identificados pelo autor serão aceitos até às 14h do dia 23/09 do corrente ano. Não serão aceitos recursos fora do padrão apresentado no Manual do Candidato.
- 27/10/2025 – 14 horas – Divulgação do resultado na Internet, no *site* acima citado.

OBSERVAÇÕES:

- Em nenhuma hipótese a ANPEC informará resultado por telefone.
- É proibida a reprodução total ou parcial deste material, por qualquer meio ou processo, sem autorização expressa da ANPEC.
- Nas questões de 1 a 10 (não numéricas), marque de acordo com a instrução de cada uma delas: itens VERDADEIROS na coluna V itens FALSOS na coluna F ou deixe a resposta EM BRANCO.
- Caso a resposta seja numérica, marque o dígito da DEZENA na coluna D e o dígito da UNIDADE na coluna U, ou deixe a resposta EM BRANCO.
- Atenção: o algarismo das DEZENAS deve ser obrigatoriamente marcado, mesmo que seja igual a ZERO.
- Para evitar a desclassificação do candidato, pelo menos um item de pelo menos uma questão deve ser respondido na folha ótica de respostas

QUESTÃO 01

Considere uma cesta com n bens. O preço por unidade e a quantidade de unidades vendidas do bem i no período 0 são representados por p_0^i e q_0^i , respectivamente, onde $i = 1, 2, \dots, n$. No período t , o preço por unidade e a quantidade de unidades vendidas do bem i são representados por p_t^i e q_t^i , respectivamente. Defina $P_L(0, t)$ como o índice de preços de Laspeyres do período t com base no período 0, e $P_P(0, t)$ como o índice de preços de Paasche do período t com base no período 0. Defina também $Q_L(0, t)$ como o índice de quantidades de Laspeyres do período t com base no período 0, e $Q_P(0, t)$ como o índice de quantidades de Paasche do período t com base no período 0. Defina também: $V_0^i = p_0^i \times q_0^i$, $V_t^i = p_t^i \times q_t^i$, e $R^i = \frac{p_t^i}{p_0^i}$.

Usando essas informações, avalie como verdadeiras ou falsas as seguintes assertivas:

Ⓒ Se os preços de todos os bens aumentam 20% entre os períodos 0 e t , e as quantidades de todos os bens diminuem 20% entre os períodos 0 e t , temos: $P_L(0, t) = P_P(0, t)$.

Ⓐ Podemos calcular $P_P(0, t)$ usando a equação: $P_P(0, t) = \frac{\sum_{i=1}^n V_t^i}{\sum_{i=1}^n \frac{V_0^i}{R^i}}$.

Ⓑ Suponha que os valores de $\sum_{i=1}^n V_0^i$ e $\sum_{i=1}^n V_t^i$ sejam conhecidos. Conhecendo também o valor de $Q_P(0, t)$, podemos calcular $P_L(0, t)$.

Ⓓ Definindo $P_F(0, t)$ como o índice de preços de Fisher do período t com base no período 0, e $Q_F(0, t)$ como o índice de quantidades de Fisher do período t com base no período 0, temos: $P_F(0, t) \times Q_F(0, t) = \left(\frac{\sum_{i=1}^n V_t^i}{\sum_{i=1}^n V_0^i} \right)$.

Ⓔ Suponha que os preços de cada um dos n bens aumentam $X\%$ entre os períodos 0 e t , onde $0 < X < 100$, e as quantidades de cada um dos n bens diminuem $Y\%$ entre os períodos 0 e t , onde $0 < Y < 100$. Se $Y > X$, $P_L(0, t) > P_P(0, t)$.

QUESTÃO 02

Avalie como verdadeiras ou falsas as seguintes assertivas:

- ⓪ Considere três cartas de um jogo com as seguintes características. A primeira carta tem os dois lados pretos, a segunda tem os dois lados vermelhos, enquanto a terceira tem um lado vermelho e o outro preto. Exceto pelas cores, as cartas são idênticas. Essas três cartas são misturadas dentro de um chapéu, e uma é retirada de forma aleatória, e colocada em cima de uma mesa. Se o lado aparente da carta retirada é vermelho, a probabilidade de que o outro lado seja preto é $\frac{1}{3}$.
- ① Em uma determinada universidade, no que diz respeito aos seus professores, 10% dos homens e 5% das mulheres são professores no departamento de medicina. Se, nessa universidade, 75% dos professores são mulheres e 25% são homens, selecionando aleatoriamente um professor da faculdade de medicina, a probabilidade de que seja um homem é 0,6.
- ② Seja X uma variável aleatória com a seguinte função densidade de probabilidade:
 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3} & \text{para } -1 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$ Então, $Prob(0 \leq X \leq 2) = \frac{2}{3}$
- ③ O dado A tem 4 lados azuis e 2 lados vermelhos. O dado B tem 4 lados vermelhos e 2 lados azuis. Para cada dado, todos os lados têm a mesma probabilidade de sair em um lançamento. Primeiro, um dado é selecionado aleatoriamente (cada dado tem probabilidade $\frac{1}{2}$ de ser escolhido). Em seguida, o dado escolhido é lançado seguidamente. Se nos dois primeiros lançamentos saiu o lado vermelho, a probabilidade de que no terceiro lançamento também saia o lado vermelho é $\frac{3}{5}$.
- ④ Seja Y uma variável aleatória com a seguinte função densidade de probabilidade:
 $f(y) = \begin{cases} y + ay^2 & \text{para } 0 \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$ onde a é uma constante. Para que a função densidade de probabilidade seja válida, devemos ter $a = \frac{3}{2}$.

QUESTÃO 03

Considere que os pares ordenados (X,Y) seguem uma distribuição conjunta tal que $X \sim N(10,4)$, $Y = 2X + Z$, com $Z \sim N(0,9)$ e $Z \perp X$. Calcule $E[Y|X = 8]$.

QUESTÃO 04

Sejam X e Y duas variáveis aleatórias independentes, ambas com distribuição de Bernoulli com parâmetro $p = 0,5$. Definimos, então, Z e W da seguinte maneira:

$$Z = X + Y \quad \text{e} \quad W = X - Y.$$

Avalie como verdadeiras ou falsas as seguintes assertivas:

Ⓐ $Prob(Z = 1, W = 1) = \frac{1}{4}$

Ⓑ $Prob(Z = 1|W = 1) = \frac{1}{2}$

Ⓒ $E(Z) = \frac{1}{2}$

Ⓓ $Prob(Z > W) = \frac{1}{4}$

Ⓔ $Cov(Z, W) = 0$

QUESTÃO 05

Sejam X e Y duas variáveis aleatórias independentes com as seguintes distribuições: $X \sim N(1,1)$ e $Y \sim N(4,2)$. Considere que uma amostra aleatória de tamanho n_x tenha sido retirada de X , e uma amostra aleatória de tamanho n_y tenha sido retirada de Y .

Definindo $\underline{X} = \sum_{i=1}^{n_x} X_i$ e $\underline{Y} = \sum_{i=1}^{n_y} Y_i$, são corretas as afirmativas:

Ⓒ $Prob(\underline{X} - 0,5 > 0,5 + \underline{Y}) = Prob(T > 1)$, onde $T = \frac{(\underline{X} - \underline{Y}) + 3}{\sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{2}{n_y}}}$.

Ⓐ Definindo a variável $Z = \frac{(\underline{X} - \underline{Y}) + 3}{\sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{2}{n_y}}}$, podemos dizer que Z tem distribuição normal padrão:
 $Z \sim N(0,1)$.

Ⓓ O valor de c tal que $Prob(\underline{Y} > c) = 0,25$ é dado por $Prob\left(K \leq \frac{c - 4}{\sqrt{\frac{2}{n_y}}}\right) = 0,75$, onde
 $K = \frac{\underline{Y} - 4}{\sqrt{\frac{2}{n_y}}}$.

Ⓒ $Prob(\underline{X} - 0,5 > 0,5 - \underline{Y}) = Prob\left(\theta > \frac{-4}{\sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{2}{n_y}}}\right)$, onde $\theta = \frac{(\underline{X} + \underline{Y}) - 5}{\sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{2}{n_y}}}$.

Ⓓ Seja S_x^2 a variância de X para a amostra aleatória de tamanho n_x , ou seja,
 $S_x^2 = \frac{1}{(n_x - 1)} \sum_{i=1}^{n_x} (X_i - \underline{X})^2$. Podemos, então, dizer que

$Prob(S_x^2 > 2) = Prob(W > 1)$ para $W = (n_x - 1)S_x^2$.

QUESTÃO 06

Considere a regressão múltipla $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$. Suponha que X_{1i} e X_{2i} são variáveis contínuas e correlacionadas. Sobre os efeitos da omissão de X_2 na estimação por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), avalie como verdadeiras ou falsas as seguintes assertivas:

- Ⓐ A omissão de X_2 causa viés no estimador para β_1 se X_2 for correlacionado com X_1 e afeta Y .
- Ⓑ O viés no estimador para β_1 depende apenas da independência linear de X_1 em relação a X_2 .
- Ⓒ Se $\beta_2 = 0$, então a omissão de X_2 não gera viés no estimador de β_1 , mesmo que X_1 e X_2 sejam correlacionados.
- Ⓓ A presença de multicolinearidade perfeita entre X_1 e X_2 inviabiliza a estimação por MQO.
- Ⓔ A variância do estimador de β_1 tende a aumentar com a correlação entre X_1 e X_2 .

QUESTÃO 07

Para uma amostra de 10 países, foram observados os resultados apresentados na tabela abaixo para as variáveis Y e X . A variável Y representa o índice de bem estar do país, variando de 1 até 5. A variável X representa uma medida para a qualidade da educação no país, podendo assumir os seguintes valores: -1 (ruim), 0 (razoável), ou 1 (boa ou muito boa).

Y	X
1	-1
1	-1
3	1
1	0
2	-1
5	1
4	1
1	0
1	1
1	-1

Usando as informações da tabela, é estimado o seguinte modelo pelo método de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), onde u representa o erro:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + u$$

Obtenha o coeficiente de determinação dessa regressão (R^2). Multiplique o resultado por 100.

QUESTÃO 08

Considere o seguinte modelo de regressão linear simples:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + u, y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + u_i, \text{ onde } E[u|x] = 0 \text{ e } Var[u|x] = \sigma^2$$

Considere uma amostra aleatória da população com n observações, $\{(x_i, y_i): i = 1, 2, \dots, n\}$, e que a variável independente não é constante. Defina $\hat{\beta}_0$ como o estimador de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) para β_0 , e $\hat{\beta}_1$ como o estimador de MQO para β_1 . Defina também $\underline{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$.

Avalie como verdadeiras ou falsas as seguintes assertivas

Ⓒ $Var(\hat{\beta}_1|x) = \frac{\sigma^2}{n \sum_{i=1}^n (x_i - \underline{x})^2}.$

① $Var(\hat{\beta}_0|x) = \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\underline{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \underline{x})^2} \right).$

② Condicionando em x , a covariância entre $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ é dada por: $-\underline{x} \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \underline{x})^2}.$

③ Definindo $k_i = \frac{1}{n} - \underline{x} \frac{(x_i - \underline{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \underline{x})^2}$, podemos escrever: $\hat{\beta}_0 = \sum_{i=1}^n k_i x_i.$

④ Seja $\tilde{\beta}_0 = \sum_{i=1}^n d_i y_i$ um estimador para o parâmetro β_0 . Se $\sum_{i=1}^n d_i = 1$ e $\sum_{i=1}^n d_i x_i = 0$, esse estimador é não viesado.

QUESTÃO 09

Considere a seguinte regressão: $Y = X\beta + u$, em que

X	Y
2	10
3	12
2	8
2	5
3	14

Suponha, também, que $E(u | X) = 0$, e que

$$E(uu' | X) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Calcule a variância do estimador de Mínimos Quadrados Ordinários de β e multiplique o resultado por 300.

QUESTÃO 10

Seja Y_t uma série temporal definida por:

$$Y_t = tW + X \text{ para todo } t = 1, 2, \dots$$

Onde, W é uma variável aleatória com distribuição normal, constante no tempo, com média igual a μ_w e variância igual a σ_w^2 . A variável aleatória X é independente de W , tem distribuição normal, média igual a 0 e variância igual a 1. A variável aleatória X também é constante ao longo do tempo.

São corretas as seguintes afirmativas sobre a série temporal Y_t :

- Ⓐ $E(Y_t) = \mu_w$.
- Ⓑ $Var(Y_t) = t^2 \sigma_w^2$.
- Ⓒ Y_t tem distribuição normal.
- Ⓓ $E(Y_t Y_{t+1}) = 1$.
- Ⓔ Y_t é uma série temporal estacionária.

