



## **EXAME NACIONAL DE SELEÇÃO 2026**

### **PROVA DE MATEMÁTICA**

**2º Dia: 18/09/2025 - QUINTA-FEIRA**  
**HORÁRIO: 9h00m às 10h30m (horário de Brasília)**



### Instruções

1. Este **CADERNO** é constituído de **dez** questões **objetivas**.
2. Recomenda-se, nas questões apresentadas a seguir, não marcar ao acaso: cada item cuja resposta divirja do gabarito oficial acarretará a perda de  $\frac{1}{n}$  ponto, em que  $n$  é o número de itens da questão a que pertença o item, conforme consta no Manual do Candidato.
3. Durante as provas, o(a) candidato(a) não deverá levantar-se ou comunicar-se com outras pessoas.
4. A duração da prova é de **uma hora e trinta minutos**, já incluído o tempo destinado à identificação do(a) candidato(a) – que será feita no decorrer da prova – e ao preenchimento da **FOLHA DE RESPOSTAS**.
5. Durante a realização das provas **não** é permitida a utilização de calculadora, equipamentos eletrônicos ou qualquer material de consulta.
6. A desobediência ao fiscal de prova ou a qualquer uma das recomendações constantes nas presentes Instruções e na **FOLHA DE RESPOSTAS** poderá implicar a anulação das provas do(a) candidato(a).
7. Só será permitida a saída de candidatos, levando o Caderno de Provas, **somente a partir de 1 hora após o início da prova** e nenhuma folha pode ser destacada.

### AGENDA

- 22/09/2025 – 14 horas – Divulgação dos gabaritos das provas objetivas, no endereço: <http://www.anpec.org.br>.
- 22/09 a 23/09/2025 – Recursos identificados pelo autor serão aceitos até às 14h do dia 23/09 do corrente ano. Não serão aceitos recursos fora do padrão apresentado no Manual do Candidato.
- 27/10/2025 – 14 horas – Divulgação do resultado na Internet, no *site* acima citado.

### OBSERVAÇÕES:

- Em nenhuma hipótese a ANPEC informará resultado por telefone.
- É **proibida** a reprodução total ou parcial deste material, por qualquer meio ou processo, sem autorização expressa da ANPEC.
- Nas questões de **1 a 10 (não numéricas)**, marque de acordo com a instrução de cada uma delas: itens **VERDADEIROS** na coluna **V** itens **FALSOS** na coluna **F** ou deixe a resposta **EM BRANCO**.
- Caso a **resposta seja numérica**, marque o dígito da **DEZENA** na coluna D e o dígito da **UNIDADE** na coluna U, ou deixe a resposta **EM BRANCO**.
- Atenção: o algarismo das **DEZENAS** deve ser obrigatoriamente marcado, mesmo que seja igual a **ZERO**.
- Para evitar a desclassificação do candidato, pelo menos um item de pelo menos uma questão deve ser respondido na folha ótica de respostas.

## QUESTÃO 01

Considere o conjunto dos números reais  $\mathbb{R}$  munido das operações usuais de soma e produto.

Dados  $x, y \in \mathbb{R}$ , classifique como verdadeira ou falsa cada uma das seguintes afirmações:

- Ⓐ Vale que  $x^2 + y^2 = 0$  se, e somente se,  $x = 0$  e  $y = 0$ .
- Ⓑ Vale que  $x^2 < y^2$  se, e somente se,  $|x| < |y|$ .
- Ⓒ Vale a desigualdade  $\sqrt{xy} \leq (x + y)/2$ , para todo  $x, y \geq 0$ .
- Ⓓ Se  $x^{2026} = y^{2026}$  então  $x - y = 0$  ou  $x + y = 0$ .
- Ⓔ Se  $xy < 0$  então  $x < 0$  e  $y > 0$ .

## QUESTÃO 02

Considere a função  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x, y) = (y - x^2)(y - 3x^2)$  sobre todo o seu domínio em todos os itens abaixo.

Avalie como verdadeiras ou falsas as seguintes assertivas:

- Ⓒ A equação  $f(x, y) = c$  admite pelo menos uma solução  $(x_c, y_c) \in \mathbb{R}^2$  para todo  $c \in \mathbb{R}$ .
- ① Se  $f(a, b) < 0$  e  $f(c, d) < 0$  então  $f\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right) < 0$ .
- ② A origem é o único ponto crítico  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  e é classificado como um ponto de sela.
- ③ A origem é ponto de mínimo local de  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  restrita ao conjunto  $G_h \subseteq \mathbb{R}^2$ , onde  $G_h$  é o gráfico de  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $h(x) = ax$ , com  $a \neq 0$  arbitrário.
- ④ A origem é ponto de máximo global de  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  restrita ao conjunto  $G_g \subseteq \mathbb{R}^2$ , onde  $G_g$  é o gráfico de  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $g(x) = ax^2$ , com  $a > 1$  e  $a \neq 3$  uma constante arbitrária.

### QUESTÃO 03

Julgue como verdadeiras ou falsas as seguintes afirmativas:

- Ⓐ O limite  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n + 2 \ln 3 + \ln 5}{n} \right)^{2n}$  existe e é maior do que 2025.
- Ⓑ Se  $(x_n)$  e  $(y_n)$  são sequências de números reais tais que  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n + y_n}{2} = 1$ , então  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 1$ .
- Ⓒ  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100n + 1000}{n^2(1 + \sqrt{n})} = 0$ .
- Ⓓ Seja  $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  uma função definida por  $f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2+x}{(2+x)^n}$  para todo  $x \geq 0$ , então  $f'(x)f''(x) > 0$  para todo  $x > 0$ .
- Ⓔ A série  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-3)^{3n}}{(n+3)^3}$  converge.

## QUESTÃO 04

Julgue como verdadeiras ou falsas as seguintes afirmativas:

- Ⓐ A função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(0) = 0$  e  $f(x) = x + 2x^2 \sin(1/x)$  se  $x \neq 0$  não é diferenciável.
- Ⓑ Considere as funções  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = e^x$  e  $g(x) = -x$ . Então, existe pelo menos uma escolha de valores  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ , com  $x_1 \neq x_2$ , tais que a matriz  $\begin{bmatrix} f(x_1) & g(x_1) \\ f(x_2) & g(x_2) \end{bmatrix}$  admite inversa.
- Ⓒ Seja a matriz  $3 \times 2$  dada por  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ . Então, a função  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por  $f(x) = Ax$  é uma transformação linear injetora.
- Ⓓ Dada a função  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x_1, x_2) = \sin(x_1) \cos(x_2)$  e todo seu domínio, a função  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , onde
- $$T(x_1, x_2) = \frac{\partial f}{\partial x_1} \left( \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6} \right) x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \left( \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6} \right) x_2$$
- é uma transformação linear e  $\nabla T(x_1, x_2)$  é perpendicular ao vetor  $(1, -1)$ ,  $\forall (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ .
- Ⓔ Sejam  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  duas funções homogêneas de grau 1, onde  $f$  é sobrejetora. Defina a função  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  de modo que  $h(x) = (f(x), g(x))$ . Então, o conjunto  $V = \{h(x): x \in \mathbb{R}\}$  é um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^2$  com  $\dim V < 2$ .

## QUESTÃO 05

Seja  $V = \mathbb{R}^3$  e denote por  $\langle x, y \rangle$  o produto interno usual no  $\mathbb{R}^3$ . Fixados  $u, v \in V$  vetores não-nulos, tome os seguintes conjuntos  $S = \{x \in V: \langle u, x \rangle = 0\}$ ,  $T = \{x \in V: \langle v, x \rangle = 0\}$ , além de  $W = S \cap T$ .

Julgue as assertivas abaixo como verdadeiras ou falsas:

- Ⓐ Se os vetores  $u$  e  $v$  são linearmente independentes, então  $W$  contém apenas o vetor nulo do espaço  $V$ .
- Ⓑ O conjunto  $C = \{x + y: x \in S, y \in T\}$  é um subespaço vetorial de  $V$  com a propriedade de que  $C \subseteq W$ .
- Ⓒ Se os vetores  $u$  e  $v$  são linearmente dependentes, então  $S = T$ .
- Ⓓ Suponha que  $u \neq v$  e seja  $W^\perp$  o complemento ortogonal de  $W$ . Então,  $W^\perp$  é um subespaço vetorial de  $V$  em que  $\dim W^\perp = 2$ .
- Ⓔ Se  $u = (2,1,2)$  e  $v = (0,1,0)$ , então, o conjunto  $W$  contém o subespaço invariante associado ao autovalor negativo da matriz  $\begin{bmatrix} -2 & 0 & -3/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 5/2 \end{bmatrix}$ .



## QUESTÃO 06

Dados  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , considere a função  $f: \mathbb{R}_{++}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x, y) = x^\alpha y^\beta$ .

Julgue como verdadeiras ou falsas as seguintes afirmativas:

- Ⓐ Se  $\alpha = 1/3$  e  $\beta = 1/3$ , então  $f$  é côncava.
- Ⓑ Se  $\alpha = 1/3$  e  $\beta = 2/3$ , então  $f$  é convexa.
- Ⓒ Se  $\alpha = 1/3$  e  $\beta = 1$ , então  $f$  é convexa.
- Ⓓ Se  $\alpha = 0$  e  $\beta = 2$ , então  $f$  é côncava.
- Ⓔ Se  $\alpha = 2$  e  $\beta = -1$ , então  $f$  é convexa.

## QUESTÃO 07

Considere os seguintes operadores no plano  $\mathbb{R}^2$ :  $R$  é o operador que representa uma rotação de  $45^\circ$  no sentido anti-horário centrada na origem  $(0,0)$ ;  $P$  é o operador que representa a projeção ortogonal sobre a reta  $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x = 0\}$ ; e  $T$  é o operador que consiste em uma rotação  $R$  como acima, seguida por pela projeção  $P$  já mencionada. Denote por  $[R]$  a representação matricial canônica de  $R$ , por  $[P]$ , a de  $P$ , e por  $[T]$ , a de  $T$ . Então,

- Ⓐ  $[T] = [R][P]$ .
- Ⓑ O determinante de  $[R]$  é  $-1$ .
- Ⓒ Tanto o posto de  $[P]$  como o de  $[T]$  são iguais a 1.
- Ⓓ Ambas  $[P]$  e  $[T]$  são idempotentes.
- Ⓔ  $(1, -1)$  é um autovetor de  $T$ .

### QUESTÃO 08

Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função tal que  $f(x) = (x^3 - 125)/(x - 5)$  se  $x \neq 5$  e  $f(5) = L$ . Determine o valor de  $L$  de modo que  $f$  seja contínua.

## QUESTÃO 09

Considere a equação a diferenças  $x_{t+2} + 2x_{t+1} + 4x_t = t2^t, \forall t \in \mathbb{N}$ .

Avalie as afirmações abaixo como verdadeiras ou falsas:

Ⓐ Existem  $a, b \in \mathbb{R}$  tais que a sequência  $\mathbf{x} = (x_t)_{t \in \mathbb{N}}$  de termo geral  $x_t = (at + b)2^t$  é uma solução desta equação.

Ⓑ Se  $\mathbf{x} = (x_t)_{t \in \mathbb{N}}$  é uma solução desta equação, então, existem  $\gamma_1, \gamma_2 \in \mathbb{R}$  tais que, para todo  $t \in \mathbb{N}$ ,

$$x_t = \left( \gamma_1 \cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right) + \gamma_2 \sin\left(\frac{2\pi t}{3}\right) + \frac{(t-1)}{12} \right) 2^t.$$

Ⓒ A equação dada tem um único estado estacionário.

Ⓓ O conjunto de soluções desta equação a diferenças é um espaço vetorial.

Ⓔ Existem soluções  $\mathbf{x} = (x_t)_{t \in \mathbb{N}}$ ,  $\mathbf{y} = (y_t)_{t \in \mathbb{N}}$ ,  $\mathbf{z} = (z_t)_{t \in \mathbb{N}}$  e  $\mathbf{w} = (w_t)_{t \in \mathbb{N}}$  da equação dada tais que a lista formada pelos vetores  $\mathbf{y} - \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{z} - \mathbf{x}$  e  $\mathbf{w} - \mathbf{x}$  é linearmente independente.

### QUESTÃO 10

Considere o conjunto  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq y\}$ , ache o valor da integral dupla

$$\iint_A \frac{232y}{\pi} dx dy.$$















