



EXAME NACIONAL DE SELEÇÃO 2027

PROVA DE MATEMÁTICA

**2º Dia: 23/09/2026 - QUARTA-FEIRA
HORÁRIO: 9h00m às 10h30m (horário de Brasília)**

Instruções

1. Este **CADERNO** é constituído de **dez** questões objetivas.
2. Nas questões do tipo A, recomenda-se não marcar ao acaso: cada item cuja resposta divirja do gabarito oficial acarretará a perda de $\frac{1}{n}$ ponto, em que n é o número de itens da questão a que pertença o item, conforme consta no Manual do Candidato.
3. Durante as provas, o(a) candidato(a) não deverá levantar-se ou comunicar-se com outros(as) candidatos(as).
4. A duração da prova é de **uma hora e trinta minutos**, já incluído o tempo destinado à identificação – que será feita no decorrer da prova – e ao preenchimento da **FOLHA DE RESPOSTAS**.
5. Durante a realização das provas **não** é permitida a utilização de calculadora ou qualquer material de consulta.
6. A desobediência a qualquer uma das recomendações constantes nas presentes Instruções e na **FOLHA DE RESPOSTAS** poderá implicar a anulação das provas do(a) candidato(a). A desobediência ao fiscal de prova também poderá implicar a anulação da prova do(a) candidato(a).

AGENDA

- 25/09/2026 – 14 horas – Divulgação dos gabaritos das provas objetivas, no endereço: <http://www.anpec.org.br>.
- 25/09 a 28/09/2026 – Recursos identificados pelo autor serão aceitos até às 14h do dia 28/09 do corrente ano. Não serão aceitos recursos fora do padrão apresentado no Manual do Candidato.
- 21/10/2026 – 14 horas – Divulgação do resultado na Internet, no *site* acima citado.

OBSERVAÇÕES:

Em nenhuma hipótese a ANPEC informará resultado por telefone.

É **proibida** a reprodução total ou parcial deste material, por qualquer meio ou processo, sem autorização expressa da ANPEC.

Nas questões de **1 a 10 (não numéricas)** marque, de acordo com a instrução de cada uma delas: itens **VERDADEIROS** na coluna **V** itens **FALSOS** na coluna **F** ou deixe a resposta **EM BRANCO**.

Caso a **resposta seja numérica**, marque o dígito da **DEZENA** na coluna D e o dígito da **UNIDADE** na coluna U, ou deixe a resposta **EM BRANCO**.

Atenção: o algarismo das **DEZENAS** deve ser obrigatoriamente marcado, mesmo que seja igual a **ZERO**.

Para evitar a desclassificação do candidato, pelo menos um item de pelo menos uma questão deve ser respondido na folha ótica de respostas

QUESTÃO 01

Considere a função f dada pela regra $f(x) = a^x$ com domínio $\mathbb{R}$ e contradomínio

$\{x \in \mathbb{R}: x > 0\}$ e a função g dada pela regra $g(x) = \log_a(x)$ com domínio $\{x \in \mathbb{R}: x > 0\}$ e contradomínio $\mathbb{R}$, onde $a > 1$.

Avalie a veracidade das afirmações abaixo:

- Ⓐ Para $a = 2$, a equação $f(x) = x^2$ possui três soluções reais.
- Ⓑ Para $a = 10$, vale que para todo $x > 0$, a função logarítmica satisfaz a igualdade $g(100 + x) = 2 + g(x)$.
- Ⓒ A função definida sobre os números reais positivos como $h(x) = f(g(x)) - g(f(x))$ é estritamente crescente.
- Ⓓ Tomando $a = 2027$, para $x > 0$ suficientemente grande vale que $\ln(2027)g'(x) > x^{-1}$.
- Ⓔ Para todo $n > 1$, vale que $\int_1^n g(f(x)^n)dx = (n^3 - n)/2$.

QUESTÃO 02

Julgue como verdadeiras ou falsas as seguintes afirmativas:

Ⓒ Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ com $f(x) = x^2 - x + \frac{1}{4}$ para todo $x \in \mathbb{R}$, e o intervalo

$I = [0,1]$. Sabe-se que o ponto $x^* \in I$ maximiza $f(x)$ em $x \in I$. Portanto, $x^* = 0$.

① Considere as sequências de números reais (x_n) e (y_n) , onde $x_n = 2 - \frac{1}{n}$ e $y_n = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{n}\right)^n$.

Então, $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n y_n = e^2$, onde e é o número de Euler.

② Se a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é tal que $f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x}{1+xn^2}$ para todo $x \in \mathbb{R}$, então

$0 \leq \frac{x}{1+xn^2} - f(x) \leq 1$ para todo $x \geq 0$ e todo $n \in \{1,2,3, \dots\}$.

③ Suponha que $x_n > 0$ para todo $n = 1,2,3, \dots$, e que a série $\sum_{n=1}^{+\infty} x_n$ converge. Defina

$y_n = \ln\left(\frac{1}{x_n}\right)$ para todo $n = 1,2,3, \dots$, onde $\ln$ é o logaritmo na base natural. Então, a série

$\sum_{n=1}^{+\infty} y_n$ converge.

④ Para todo $x \in \mathbb{R}$, a série $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^{1-n}}{1+n^2|x|}$ converge.

QUESTÃO 03

Suponha que X é um conjunto não-vazio. O complementar de um subconjunto $Y \subseteq X$ é $Y^c = \{x \in X : x \notin Y\}$. Os conjuntos A, B, C e D mencionados abaixo são todos subconjuntos de X . Classifique as seguintes afirmações como verdadeiras ou falsas:

- ⊙ Se $(A \cup B)^c = (A \cup C)^c$, então $B = C$.
- ① Dados A e B não-vazios, para toda função sobrejetora $f: A \rightarrow B$ e todo conjunto não-vazio $C \subseteq B$, vale que $D = \{a \in A : f(a) \in C\} \neq \emptyset$.
- ② Sejam A e B conjuntos não-vazios e $\vec{b} \in B$. Se $f: A \rightarrow A \times B$ é a função dada por $f(a) = (a, \vec{b})$, então f é injetiva.
- ③ Supondo que $X = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$, tome $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(1+x^2)^{\frac{1}{x}}}, & \text{se } x \in X, x \neq 0 \\ 1, & \text{se } x = 0, \end{cases}$$

e considere $A = \{x \in X : f(x) < 1\}$. Vale que se $x \in A$, então $0 < x < 2$.

- ④ Se $X = \mathbb{R}$ e $A = \{x \in \mathbb{R} : -n^{-1} < x < n^{-1} \text{ para todo } n = 1, 2, 3, \dots\}$, então $A^c \neq X$.

QUESTÃO 04

Sendo n e m números inteiros maiores ou iguais a zero, encontre o valor da adição $n + m$, sabendo que n e m satisfazem as seguintes condições dadas pelas somas parciais

$$\sum_{k=1}^n k = 2278$$

e

$$\sum_{k=0}^m \binom{m}{k} = n - 3.$$

Lembrando que $\binom{m}{k} = \frac{m!}{k!(m-k)!}$ denota o coeficiente binomial (combinação de m elementos tomados k a k).

QUESTÃO 05

Sejam u , v e w vetores não nulos do $\mathbb{R}^3$. Avalie a veracidade das sentenças a seguir, onde “{ }” pode ser lido como “a lista formada por”, e “[]”, como “o espaço gerado por”:

- Ⓒ Se $\{u, v, w\}$ é linearmente dependente, então $w \in [u, v]$.
- ① Se $\{u, v\}$ é linearmente independente e $w \notin [u, v]$, então, $\{u, v, w\}$ também é linearmente independente.
- ② Se $[u, v, w]$ é igual a $[u, v]$ e $\{u, w\}$ é linearmente independente, então $\{v, w\}$ é linearmente dependente.
- ③ Se as três listas $\{u, v\}$, $\{u, w\}$ e $\{v, w\}$ são linearmente independentes, então $\{u, v, w\}$ também é linearmente independente.
- ④ Se $u \cdot v = u \cdot w = v \cdot w = 0$, então $\{u, v, w\}$ é linearmente independente.

QUESTÃO 06

No espaço Euclidiano $\mathbb{R}^n$ representamos por $\langle x, y \rangle$ o produto interno canônico entre dois vetores x e y . Quando A é matriz $m \times n$ e x é um vetor coluna em $\mathbb{R}^n$, escrevemos $Ax \geq 0$ para indicar que $\langle a_i, x \rangle = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 0$ para todo $i = 1, \dots, m$, sendo o vetor $a_i \in \mathbb{R}^n$ a i -ésima linha de A . A transposta de A é indicada por A^T . Para qualquer $x \in \mathbb{R}^n$ também definimos: $\|x\|_S = \sum_{j=1}^n |x_j|$, $\|x\|_E = \sqrt{\langle x, x \rangle}$ e $\|x\|_M = \max\{|x_j| : j = 1, \dots, n\}$. Julgue as seguintes afirmativas:

Ⓒ A função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \|x\|_S$, é uma bijeção.

① O conjunto $\{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\|_S = \|x\|_E = \|x\|_M = 1\}$ é vazio.

② Considere os sistemas de equações lineares:

$$\text{Sistema 1} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 - \frac{x_2}{2} + \frac{x_3}{2} = 0 \end{cases} \quad \text{Sistema 2} \quad \begin{cases} 3x_1 - 2x_3 = 0 \\ 7x_1 - 2x_2 = 0 \end{cases}$$

Se $V_1 \subseteq \mathbb{R}^3$ é o conjunto de todas as soluções do Sistema 1 e $V_2 \subseteq \mathbb{R}^3$ é o conjunto de todas as soluções do Sistema 2, então $V_1 \cup V_2 = \{(2t^3, 7t^3, 3t^3) \in \mathbb{R}^3 : t \in \mathbb{R}\}$.

③ Dada uma função estritamente crescente $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e fixado $a \in \mathbb{R}^3$, considere a função $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definida como $g(x) = f(\langle a, x \rangle)$. Sabendo que $g(1,2,3) = g(3,2,1)$, $g(2,1,1) = g(0,2,1)$, e que $\|a\|_E = 1$, então $\|a\|_M = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

④ Seja A uma matriz 2×2 , e b um vetor coluna em $\mathbb{R}^2$. Considere os conjuntos

$$V_1 = \left\{ x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 : Ax \geq 0, \langle b, x \rangle < 0, \|x\|_S = 1 \right\} \text{ e}$$

$$V_2 = \left\{ y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 : b = A^T y, y_1 \geq 0, y_2 \geq 0 \right\}.$$

Se $V_1 \neq \emptyset$, então $V_2 = \emptyset$.

QUESTÃO 07

Julgue como verdadeiras ou falsas as seguintes afirmativas:

Ⓒ Seja $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ uma função homogênea de grau 5, e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função dada por

$$g(t) = f(t, t) \text{ para todo } t \in \mathbb{R}, \text{ e } g(5) = 75. \text{ Então } \int_{-1}^1 g(t) dt = 0.$$

① $\int_{-\sqrt{e-1}}^{\sqrt{e-1}} \frac{|x|}{x^2+1} dx = 1.$

② $\int_0^{e-1} 4x \ln(x+1) dx = e^2 - 3$, onde e representa o número de Euler e $\ln$ representa o logaritmo natural.

③ Se n é um número inteiro positivo, e a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é definida de modo que

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq -\frac{1}{n^2} \text{ ou } x \geq \frac{1}{n^2} \\ n^3 - n^6 x, & \text{se } 0 \leq x \leq \frac{1}{n^2} \\ n^3 + n^6 x, & \text{se } -\frac{1}{n^2} \leq x \leq 0, \end{cases}$$

então $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \frac{1}{n}.$

④ Se $D = [0,1] \times [0,1]$ e $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ é a função definida por $f(x,y) = x$, então

$$\iint_D f(x,y) dx dy = 1.$$

QUESTÃO 08

João precisa pagar à vista a inscrição de um exame e, para isso, contrai hoje um empréstimo de R\$ 488,00. O financiamento será quitado em três parcelas anuais de mesmo valor nominal (isto é, em consonância com a Tabela Price), vencendo a primeira delas daqui a um ano (em setembro de 2027, seguidas pelas de setembro de 2028 e setembro de 2029). Sabendo que a taxa de juros é de 25% ao ano, com capitalização anual, quantos reais da última prestação referem-se exclusivamente a juros (isto é, aos juros incidentes sobre o saldo devedor verificado logo após o pagamento de setembro de 2028)?

QUESTÃO 09

Fixados $n \in \mathbb{N}$ e $f, g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ funções que possuem derivadas sucessivas de todas as ordens,

considere o problema: $\max_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{x})$ sujeito a $g(\mathbf{x}) = 0$. (P)

Analise a veracidade das afirmações a seguir:

- Ⓒ Se $\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^n$ é uma solução de (P) , então $\mathbf{x}^*$ é ponto crítico de f .
- ① Se $\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^n$ é um ponto crítico de f e a Hessiana $Hf(\mathbf{x}^*)$ é uma matriz negativa definida, então $\mathbf{x}^*$ é uma solução de (P) acima.
- ② Se $\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^n$ é um ponto crítico de f tal que $g(\mathbf{x}^*) = 0$, e existe função diferenciável e estritamente crescente $T : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $T \circ f$ é côncava, então $\mathbf{x}^*$ é uma solução de (P) acima.
- ③ Se $\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^n$ é uma solução de (P) , então existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que $\mathbf{x}^*$ é uma solução do problema irrestrito $\max_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} (f(\mathbf{x}) - \lambda g(\mathbf{x}))$.
- ④ Se $\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^n$ é um ponto crítico de f tal que $g(\mathbf{x}^*) = 0$ e vale que, para todo $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, a matriz Hessiana $Hf(\mathbf{x})$ é negativa semidefinida, então $\mathbf{x}^*$ é uma solução de (P) acima.

QUESTÃO 10

Considere o conjunto de todas as sequências de números reais $x = (x_t)$, denotado por $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, munido das operações usuais de adição e multiplicação por escalar real. Seja S o conjunto de todas as sequências $x \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ tais que, para todo $t \in \mathbb{N}$, $x_{t+1} = -(x_t + x_{t+2})/2$.

- Ⓒ Com as operações herdadas de $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, S é um espaço vetorial.
- ① A dimensão de S não é finita.
- ② A sequência x dada por $x_t = \pi \cos(t\pi)$, $\forall t \in \mathbb{N}$, é um dos elementos de S .
- ③ A dinâmica definitória de S tem um estado estacionário – no caso, a origem 0 – que é estável.
- ④ A sequência x dada por $x_t = (-1)^t(20 + 27t)$, $\forall t \in \mathbb{N}$, pertence a S .

